Obligatorisk oppgave 2, MEK2200

Oppgave 1

Vi skal studere styrken på knoklene hos en stor kvinnelig langhalset dinosaur under parring. Vi antar at dette foregikk omtrent slik elefanter og andre store dyr ordner seg i dag. Med egen vekt og vekten av den mannlige dinosauren oppå regner vi med at hvert bakbein hos den kvinnelige dinosauren må bære opp mot 100 tonn vekt (10^5 kg) (sjekk gjerne data på dinosaur som feks seismosaurusen). Går dette bra eller har de ordnet seg på annet vis? Se forøvrig TED talken "Where are the baby dinosaurs": `https://www.ted.com/talks/jack_horner_shape_shifting_dinosaurs`.

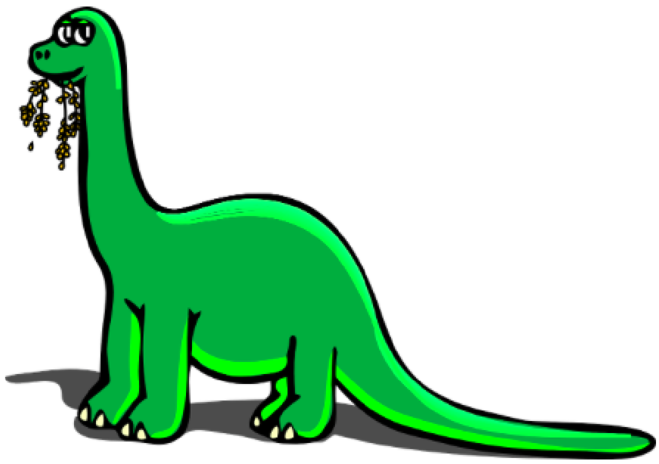

Figure 1: En typisk kvinnelig langhalset dinosaur.

a) Anta at et bakbein på damedinosauren kan forenkles som en vertikal sylinder med radius r som består av bare hardt knokkelstoff (i virkeligheten er det beinmarg og annet mykt materiale inne i et bein som vi nå ser bort fra). Vi antar at knokkelstoffet tåler like mye som menneskebein, dvs Lame parametere på ca 1GPa når de trykkes sammen. De vil være svakere når de bøyes, men det ser vi ikke på her. Hvilken radius må denne tenkte knokkelsylinderen ha for at deformasjonen skal være under 1%? Vi antar at gravitasjonen var 9.81 m/s^2 da som nå.

b) Hvor mange prosent kortere blir beinet under parringen og hvor stor radius får vi hvis vi antar at beinet akkurat ikke deformeres/knekker og at belastningen er statisk (kvasi-statisk)? Vi antar flytkriteriet (yield-stress) er ca 200 MPa.

c) Sammenlikn beregnet radius med det som radius på en typisk langhals (ta feks en ekskursjon til museum).

d) I ingeniørvitenskap snakker ofte om å sørge for at konstruksjoner unngår egensvingningene som kan opptre naturlig i de gitte omgivelser. Se feks hva som skjedded med Tacoma Bridge: `https://www.youtube.com/watch?v=3mclp9QmCGs`. Hva er egenfrekvensen i dette tilfelle. Vil den være i parringens naturlige regime.

Oppgave 2

a) Utled Navier-Stokes likninger for en Newtonsk inkompressibel væske i Eulerske koordinater.

b) For en Newtonsk væske har vi skjærpenningsrelasjonen

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

mens for en Power-law væske har vi

$$\tau = \mu(\frac{\partial u}{\partial y})^n.$$

Her har vi antatt 2D og at $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$. Vis at skjærspenningsrelasjonen er linjæ r for Newtonsk væske mens den er ikke-linjær for Power-law væsken.

Oppgave 3

Couette strøm betegner strømning mellom to flater i 2D. Vi skal nå se nærmere på hva som skjer dersom begge flatene beveger seg og det er en trykkgradient. Anta at vi har et kvadrat $(0, L)^2$ og $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$. Planet i $y = 0$ beveger seg med en hastighet a, mens planet i $y = L$ beveger seg med en hastighet b. I tillegg er $\nabla p = \begin{pmatrix} c \\ 0 \end{pmatrix}$. Vi antar laminær og stasjonær strømning.

- Avled likningen $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = c$ fra problembeskrivelsen.
- Hva er passende randbetingelser?
- Implementer en numerisk løser for problemet basert på differanse metode. Dvs benytt skjema standard annen ordens differanse metode hvor $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \approx \frac{1}{h^2}(u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1})$. Plot løsningen for $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$.
- Beregn den analytiske løsningen.
- Sammenlikn nummerisk og analystisk løsning i punktet $y = L/\sqrt{2}$.

Krav til innlevering og godkjenning

For alle deloppgaver gis det maksimalt 5 poeng for hver. For godkjenning kreves 80% av det som maksimalt kan oppnåes. Dersom dette ikke er innfridd ved innlevering, men besvarelsen vurderes som et seriøst forsøk, kan det gis anledning til ny innlevering. For nærmere informasjon om regler se http://www.mn.uio.no/math/studier/admin/obligatorisk-innlevering/index.html. Tidsfrister er gitt på kurssidene til MEK2200.

Du kan bruke Latex eller levere en håndskrevet besvarelse. Det er lov å samarbeide, men alle må levere inviduelle besvarelser.