Mek 2200

Forelesning 1

1)

Generell info:

- 2 forelesninger per uke
- 1 øvingstime
- 2 obligatoriske oppgaver
- skriftlig eksamen

Pensum: Viskøse væsker og elastiske stoffer av Bjørn Gjevik

Chap 7 P.C. Mattews "Vector Calculus"

Vi holder oss tett til pensum så det er bare å begynne og lese (jeg legger ut forelesningsnotater)

Vi vil i detalj gå

gjennom utledningen av

Navier-Stokes (for inkompressibel, Newtonsk væske)

$$\rho\left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v}\right) = -\nabla p + \mu \Delta \vec{v} + \vec{f}$$

$$\nabla\cdot\vec{V} = 0$$

og Navier's likning for et

elastisk stoff

$$\rho \vec{u}_{tt} = (\lambda+\mu)\nabla\nabla\cdot\vec{u} + \mu\Delta\vec{u} + \vec{f}$$

- $\vec{v}, \vec{u}, \vec{f}$ er her vektorfelt
- p er skalarfelt.

Likningene ser kompliserte ut. Og de er kompliserte !!

Allikevel er de fantastiske forenklinger !!

(De kan skrives på 1 eller 2 linjer ~~og~~ og mesteparten av symbolene er vel velkjente)

Begge likningene er direkte konsekvenser av Newton's 2. lov !!

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Dette skal vi forstå i detalj !

Hva skjer i dette vannglasset?

- Antall partikler ~ 10^{25}

  (Avogadro's konstant $6 \cdot 10^{23}$, 1 mole ~ 18gram)

- Gjennomsnitts hastighet per molekyl: 500 m/s

- Størrelse på et molekyl 0.3 nm

- Astand mellom ~~de~~ molekyler er 0.3 nm.

Eksempel på kaos: Billiardbordeksemple

- Man skyter åpningsballen med gitt vinkel og hastighet
- Hvor lenge klarer man beregne hva som skjer?

De første 100 kollisjonene er beregnbare — dersom man har 10 descimalers nøyaktighet på vinkel og utgangshastighet.
(atomstørrelse)

Naturligvis er 1000 kollisjoner helt umulig.

Billijardbordet er en ekstrem forenkling av det som foregår i vannglasset.
Men vannglasset er forutsigbart.
Struktur trer frem av kaos.
(Mye skjer i vannglasset, det vet vi. Brownske bevegelser er et bevis på det)

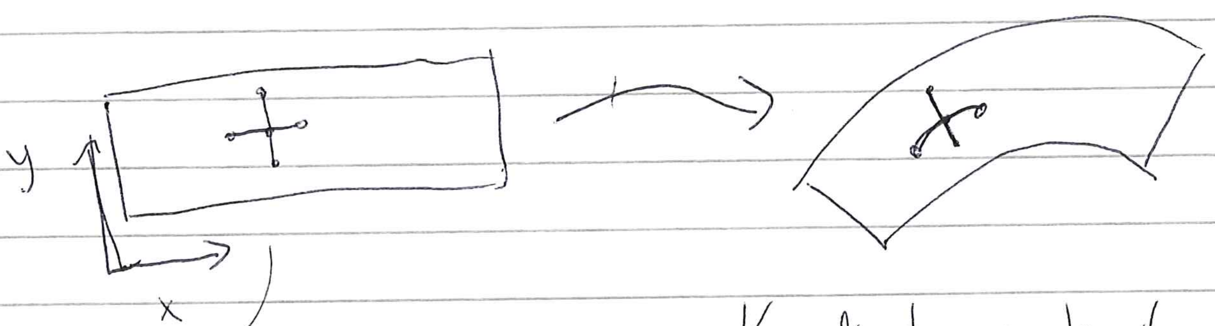
Vanskeligheter i kurset:

- Tensorer

  Litt magiske størrelser som når man blir vant med det er enkle å regne på (man følger et sett med regler)

- Koordinatsystemer som forandrer seg (f.eks med hensyn på seg selv)

(Einstein brukte år på å forstå dette og å uttrykke generell relativitet)



molekyl
stensil
derivert (→)

Koordinat systemet forandrer seg ~~[illegible]~~ forårsaket av kreftene som er uttrykt ved de deriverte. ~~[illegible]~~

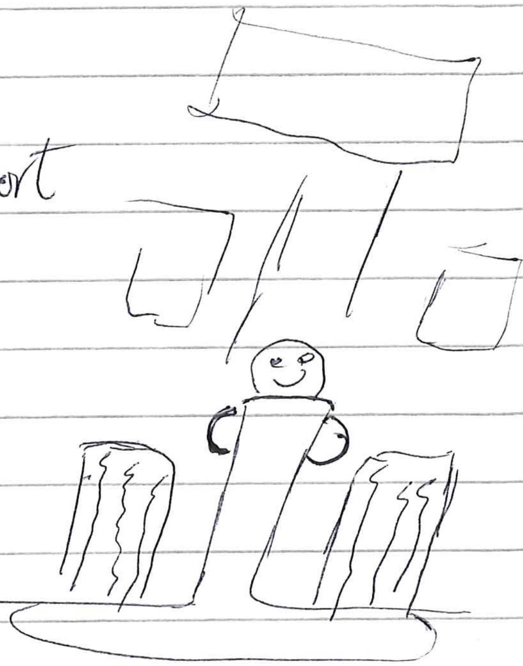
- 'Konkrete løsninger
  Blanding av fysisk tolkning
  og matematiske utgreining
  (Mye mengdetrening mot slutten)

~~C~~Navier

Kommenterer :

Navier-Stokes og Navier's likninger
er enorme suksesser som blir
brukt daglig over hele kloden. Over
90% av alle simulering !!

Eksempler



- ~~Fly~~ Økonomisk flytransport (formen på flyet)
- Formel-1.
- Sports
  - Italian Quarteroni ~~yous~~ yacht sailing rowing.
  - John Grue
- Food
  - youghurt
  - pear eigenfrequency
  - fish waste
- Medicine
  - hjerte & karsykdommer
  - Alzheimer
  - Kreft.
- Sikkerhet: Hvordan skal en bygning, bru osv bygges for å tåle feks jordskjelv.

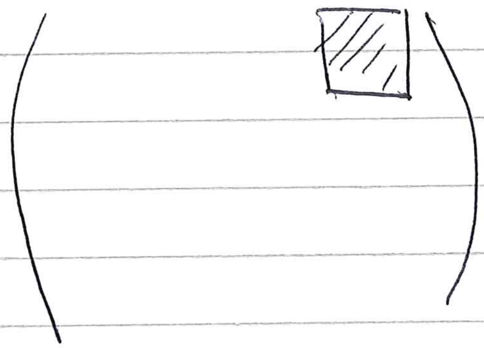
11)

Hva er $\vec{\vec{i}}^{e}_1 \vec{\vec{i}}^{e}_3$?

Det er **ikke** det samme som

$$\vec{\vec{i}}^{e}_1 \circ \vec{\vec{i}}^{e}_3 = 0$$

Kort svar: (matematisk definisjon)

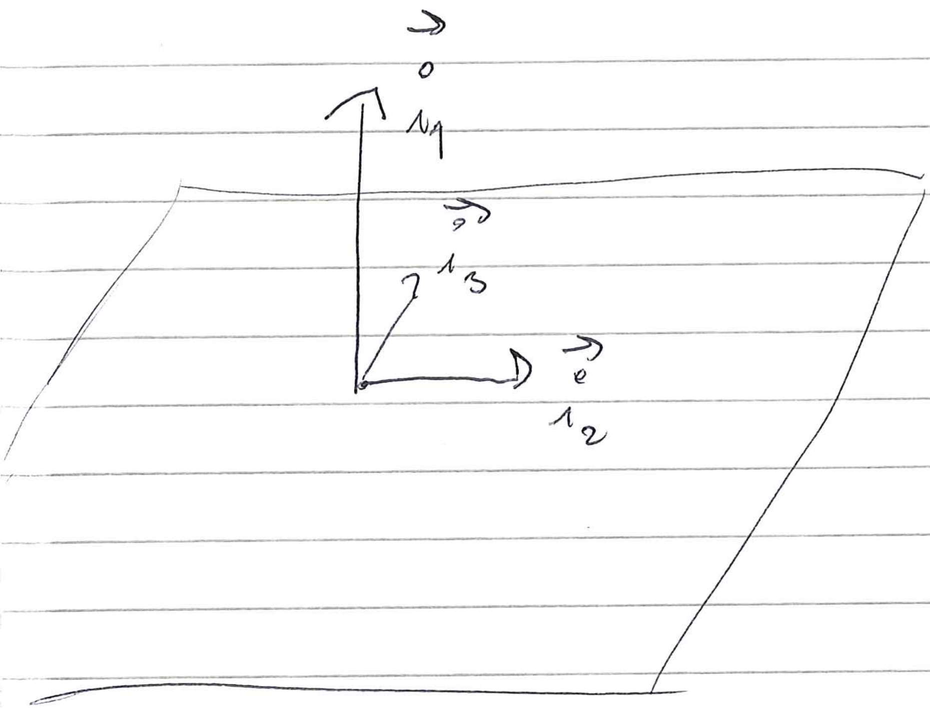


Fysisk fortolkning:

På et plan ~~kan~~ vegg kan

det påføres krefter i

(en kombinasjon) av 3 retninger



Gjennom et punkt kan jeg danne 3 ortogonale plan definert av $\vec{i}_1, \vec{i}_2, \vec{i}_3$

$\vec{i}_1 \vec{i}_3$ kan tenkes på som kraften i ~~retn~~ retning $\vec{i}_3$ på planet $\vec{i}_1$

Alternativt kan det tenkes på som kraften i retning $\vec{i}_1$ på planet $\vec{i}_3$.

Er det noen forskjell ?

Notasjon

Vektorer

Gjevik: $\mathbf{A}$, $\vec{A}$ eller $\{A_i\}$ $\qquad i=1,2,3$

boldface

egnet for tavle

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}$$

Tensor

Gjevik: P $\{P_{ij}\}$ ← egnet for tavle

men jeg vil også bruke

$$\underrightarrow{\mathbb{P}}$$

Enhets vektorer er $\vec{i}_1$, $\vec{i}_2$, $\vec{i}_3$

så

$$\vec{A} = A_1 \vec{i}_1 + A_2 \vec{i}_2 + A_3 \vec{i}_3$$

~~Tensor (på dyade form)~~

Tensor

$$\underset{\rightarrow}{P} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix}$$

Forskjell på tensor & matrise ?

Matrise har et konkrete underliggende koordinatsystem, $\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$.

For tensor trenger jeg ikke spesifisere koordinatsystemmet, men kan allikevel regne.

Tensor på dyadeform :

$$\underset{\rightarrow}{P} = P_{11} \vec{i}_1 \vec{i}_1 + P_{12} \vec{i}_1 \vec{i}_2 + P_{13} \vec{i}_1 \vec{i}_3$$